

Systematische Synthese von Referenzschaltungen zur Integration partieller Differentialgleichungen mit dem Wellendigital-Konzept

Christiane Leuer, Lehrstuhl für Digitale Kommunikationssysteme

Unter den partiellen Differentialgleichungen (PDEs) sind für den Ingenieur besonders solche interessant, die das Verhalten passiver physikalischer Systeme beschreiben. Eine Lösung dieser PDEs erlaubt eine Berechnung des Systemverhaltens und ermöglicht damit eine Vielzahl von Anwendungen, wie etwa die Durchführung von Simulationen oder die Beurteilung des Systemverhaltens in kritischen Bereichen. Gerade bei der Beschreibung technisch relevanter physikalischer Systeme treten jedoch häufig zeit- und ortsveränderliche oder sogar nichtlineare PDEs auf, für die keine analytische Lösung bekannt ist. In diesen Fällen dienen numerische Integrationsverfahren dazu, Näherungslösungen zu bestimmen.

Als besonders vorteilhaft hat sich eine numerische Integration mit dem Wellendigital-Konzept (WD-Konzept) erwiesen, da dieses die Lokalität, Kausalität und Passivität des den PDEs zugrunde liegenden physikalischen Systems berücksichtigt und auf den entstehenden WD-Algorithmus überträgt. Zu diesem Zweck wird für die PDEs eine elektrische Referenzschaltung synthetisiert, die durch einen Übergang auf Wellengrößen und eine Diskretisierung in eine WD-Struktur überführt wird. Eine Implementierung der WD-Struktur liefert einen WD-Algorithmus zur numerischen Integration der PDEs, der robust gegenüber Quantisierungsfehlern und für eine massive Parallelverarbeitung geeignet ist.

Die größte Schwierigkeit bei der Anwendung des WD-Konzepts liegt in der Synthese einer Referenzschaltung. Der Entwickler muss dazu eine geeignete intern mehrdimensional passive mehrdimensionale elektrische Schaltung synthetisieren, die sich elementweise in eine WD-Struktur ohne verzögerungsfreie gerichtete Schleifen überführen lässt. Dies erfordert neben fundierten Kenntnissen der mehrdimensionalen Schaltungstheorie zudem eine gewisse Erfahrung und Intuition. Um den Entwickler zu entlasten und das WD-Konzept für ein breiteres Anwenderfeld nutzbar zu machen, wird in dieser Arbeit ein systematisches Verfahren vorgestellt, mit dem für eine vorgegebene Klasse von PDEs optimierte Referenzschaltungen sowie deren zugehörige effiziente WD-Strukturen synthetisiert werden können.

Zunächst wird untersucht, welche Einschränkungen an die Koeffizienten der PDEs zu stellen sind, damit diese die Lokalität, Kausalität und Passivität des zugrunde liegenden physikalischen Systems widerspiegeln und somit für eine numerische Integration mit dem WD-Konzept geeignet sind. Dabei werden neben linearen konstanten PDEs auch lineare zeit- und ortsveränderliche sowie spezielle nichtlineare PDEs zugelassen. In Abhängigkeit von den Veränderlichkeiten der Koeffizienten werden drei Typen geeigneter PDEs unterschieden. Für diese drei Typen werden systematisch Referenzschaltungen und die zugehörigen WD-Strukturen synthetisiert. Zunächst werden kanonische intern mehrdimensional passive Schaltungen hergeleitet, die unter Zuhilfenahme von Streumatrizen in Referenzschaltungen überführt werden können. Im Anschluss wird eine modulare Schaltungssynthese vorgestellt, bei der die vorliegenden PDEs durch die Einführung von Freiheitsgraden in elementare Teilgleichungen zerlegt werden. Dieses Vorgehen reduziert sowohl den Aufwand für die Synthese der Referenzschaltung als auch den Aufwand zur Auswertung der zugehörigen WD-Struktur und ist somit in zweifacher Hinsicht von Vorteil.

Das in der Arbeit vorgestellte Syntheseverfahren ist problemunabhängig und in weiten Teilen automatisierbar. Damit bietet es eine deutliche Entlastung des Entwicklers, die jedoch nicht auf Kosten der Effizienz erfolgt: Für PDEs aus verschiedensten Teilgebieten der Physik liefert die modulare Synthese Referenzschaltungen, die mindestens genauso effizient sind wie etablierte, mittels Intuition und Erfahrung synthetisierte Schaltungen.